

<b>Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf.</b> 107.251 W 2002/3 <a href="http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/">http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/</a>	Di 12-17 HS:
	<b>10.Blatt</b>
Werner GURKER Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12 e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	17. Dezember 2002

### 10.1 Fortsetzung von **Bsp 9.4**:

Man nehme nun an, daß  $n$  unabhängige (positive, reelle) Zahlen addiert werden, wobei jede zuerst gerundet bzw. abgeschnitten wird.

- Mittel und Varianz des kumulierten Fehlers in beiden Fällen? Man vergleiche den mittleren Fehler mit dem *maximalen* Fehler.
- Für  $n = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 100$  berechne man die Wahrscheinlichkeit, daß die berechnete Summe von der tatsächlichen Summe um mehr als 0.5 abweicht.

*Hinweis:* Zentraler Grenzwertungssatz.

### 10.2 Ein System bestehe aus zwei Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängig exponentialverteilt mit Mittel 6, allerdings nur bis zum Ausfall einer der beiden Komponenten. Auf Grund der nun höheren Belastung sei die Lebensdauer der anderen Komponente ab diesem Zeitpunkt exponentialverteilt mit Mittel 4. Man ermittle:

- die Dichte der Zeitspanne bis zum Ausfall beider Komponenten;
- Mittelwert und Streuung dieser Zeitspanne.

### 10.3 Die zulässige Belastung der Personenlifte im „Freihaus“ beträgt „1000 kg oder 13 Personen“. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei 13 Personen die zulässige Belastung von 1000 kg überschritten, wenn man annimmt, daß das Gewicht (in kg) der die Lifte benützenden Personen nach $N(75, 225)$ verteilt ist?

### 10.4 Zur Erzeugung von (approximativ) nach $N(0, 1)$ verteilten Zufallszahlen gibt es auch die folgende Methode: Erzeuge 12 uniform (auf $(0, 1)$ ) verteilte Zufallszahlen und bilde:

$$\sum_{i=1}^{12} U_i - 6$$

Dies liefert eine  $N(0, 1)$ -verteilte Zufallszahl; zur Erzeugung einer weiteren nimmt man wieder 12 (neue!) uniform verteilte Zufallszahlen, bildet den obigen Ausdruck, usw.

- Man gebe eine Begründung für diese Methode. (Man beachte, daß hier die Verteilungsfunktion nicht invertiert werden muß!)
- Man erzeuge nach dieser Methode 10 standardnormalverteilte Zufallszahlen (und benütze zur Erzeugung der uniform verteilten Zufallszahlen einen entsprechenden Generator auf dem Taschenrechner, PC, ...)

### 10.5 Man ermittle und zeichne für die in **Bsp 10.4** (b) erzeugten Werte die empirische Verteilungsfunktion $F^*$ , zeichne die theoretische Verteilungsfunktion $F = \Phi$ und ermittle (graphisch und rechnerisch) das Supremum des Abstands:

$$D = \sup_x |F^*(x) - F(x)|$$

### 10.6 Für die Schätzung des Erwartungswerts einer Verteilung wird bei einer Stichprobe $X_1, \dots, X_6$ vom Umfang $n = 6$ der folgende lineare Schätzer verwendet:

$$T(X_1, \dots, X_6) = 0.05X_1 + 0.4X_2 + 0.2X_3 + 0.1X_4 + 0.05X_5 + 0.2X_6$$

Ist dieser Schätzer unverzerrt für den Erwartungswert? Welcher Schätzer,  $T$  oder das Stichprobenmittel  $\bar{X}_n$ , ist effizienter (d.h. hat die kleinere Varianz)? Welcher lineare Schätzer ist effizient (d.h. hat die kleinste Varianz)?